

# 方法精讲-数量 1

主讲教师：唐宋

授课时间：2019.09.18



粉笔公考·官方微信

## 方法精讲-数量 1（讲义）

### 第一章 数学运算

学习任务：

1. 授课内容：代入排除法、数字特性法、方程法。
2. 时长：3 小时。
3. 对应讲义：152 页~158 页。
4. 重点内容：
  - （1）代入排除法的适用范围。
  - （2）奇偶特性的条件特征与使用方法。
  - （3）倍数特性的基础知识、判定法则，以及余数型和比例型的解题思路。
  - （4）设未知数的技巧，不定方程的三种特性分析方法，赋零法的运用前提和运用方法。

### 第一节 代入排除法

例 1（2018 江西）一家三口，妈妈比儿子大 26 岁，爸爸比儿子大 33 岁。1995 年，一家三口的年龄之和为 62。那么，2018 年儿子、妈妈和爸爸的年龄分别是（ ）。

- |               |               |
|---------------|---------------|
| A. 23, 51, 57 | B. 24, 50, 57 |
| C. 25, 51, 57 | D. 26, 52, 58 |

例 2（2018 浙江）某电商网站推出免息分期购物活动，购买某件商品的消费

者第一个月只用支付总金额的一半加 10 元，第二个月支付剩余金额的一半加 20 元，第三个月支付剩余金额的一半加 30 元，第四个月付清剩余未支付的 10 元。问这件商品的价格为多少元？（ ）

- A. 400
- B. 410
- C. 420
- D. 460

例 3（2017 广东）在公司年会表演中，有甲、乙、丙、丁四个部门的员工参演。已知甲、乙两部门共有 16 名员工参演，乙、丙两部门共有 20 名员工参演，丙、丁两部门共有 34 名员工参演。且各部门参演人数从少到多的顺序为：甲 < 乙 < 丙 < 丁。由此可知，丁部门有多少人参演？（ ）

- A. 16
- B. 20
- C. 23
- D. 25

## 第二节 数字特性法

### 一、奇偶特性



例 1（2017 辽宁）母亲现在的年龄个位数跟十位数对调再减 10 岁就是儿子的年龄，再过 3 年母亲的年龄就是儿子年龄的 2 倍，则母亲现在的年龄是（ ）。

- A. 53
- B. 52
- C. 43
- D. 42

例 2（2016 国考）某出版社新招了 10 名英文、法文和日文方向的外文编辑，其中既会英文又会日文的小李是唯一掌握一种以上外语的人。在这 10 人中，会法文的比会英文的多 4 人，是会日文人数的两倍。问只会英文的有几人？（ ）

- A. 2
- B. 0

C. 3

D. 1

## 二、倍数特性



例 1 (2018 吉林) 一位女士为了寻找曾经帮助她的司机, 向新闻媒体提供了她记得的车牌信息。女士看到的车牌号为“吉 AC\*\*\*\*”, 最后一位是字母, 其他三位全是奇数, 且数字逐渐变大, 那么符合要求的车牌有 ( )。

A. 380 个

B. 260 个

C. 180 个

D. 460 个

例 2 (2017 江西) 某公司研发出了一款新产品, 当每件新产品的售价为 3000 元时, 恰好能售出 15 万件。若新产品的售价每增加 200 元时, 就要少售出 1 万件。如果该公司仅售出 12 万件新产品, 那么该公司新产品的销售总额为 ( )。

A. 4.72 亿元

B. 4.46 亿元

C. 4.64 亿元

D. 4.32 亿元

例 3 (2016 深圳) 两箱同样多的蛋黄派分别分发给两队志愿者做早餐, 分给甲队每人 6 块缺 8 块, 分给乙队每人 7 块剩 6 块, 已知甲队比乙队多 6 人, 则一箱蛋黄派有 ( ) 块。

A. 120

B. 160

C. 180

D. 240

例 4 (2017 联考) 某地举办铁人三项比赛, 全程为 51.5 千米, 游泳、自行车、长跑的路程之比为 3: 80: 20。小陈在这三个项目花费的时间之比为 3: 8: 4, 比赛中他长跑的平均速度是 15 千米/小时, 且两次换项共耗时 4 分钟, 那么他完成比赛共耗时多少? ( )

- A. 2 小时 14 分
- B. 2 小时 24 分
- C. 2 小时 34 分
- D. 2 小时 44 分

例 5(2016 北京)某单位原拥有中级及以上职称的职工占职工总数的 62.5%。现又有 2 名职工评上中级职称,之后该单位拥有中级及以上职称的人数占总人数的  $\frac{7}{11}$ 。则该单位原来有多少名职称在中级以下的职工? ( )

- A. 68
- B. 66
- C. 64
- D. 60

例 6(2017 新疆)甲乙两个班各有 30 多名学生,甲班男女生比为 5:6,乙班男女生比为 5:4,问甲、乙两班男生总数比女生总数 ( )。

- A. 多 1 人
- B. 少 1 人
- C. 多 2 人
- D. 少 2 人

### 第三节 方程法



例 1(2018 广西)年终某大型企业的甲、乙、丙三个部门评选优秀员工,已知甲、乙部门优秀员工数分别占三个部门总优秀员工数的  $\frac{1}{3}$  和  $\frac{2}{5}$ ,且甲部门优秀员工数比丙部门的多 12 人,问三个部门共评选出优秀员工多少人? ( )

- A. 120
- B. 150
- C. 160
- D. 180

例 2(2017 山东)小张的孩子出生的月份乘以 29,出生的日期乘以 24,所得的两个乘积加起来刚好等于 900。问孩子出生在哪一个季度? ( )

- A. 第一季度
- B. 第二季度

C. 第三季度

D. 第四季度

例 3（2017 江苏）小王打靶共用了 10 发子弹，全部命中，都在 10 环、8 环和 5 环上，总成绩为 75 环，则命中 10 环的子弹数是（ ）。

A. 1 发

B. 2 发

C. 3 发

D. 4 发

例 4（2018 上海）现有甲、乙、丙三种货物，若购买甲 1 件、乙 3 件、丙 7 件共需 200 元；若购买甲 2 件、乙 5 件、丙 11 件共需 350 元。则购买甲、乙、丙各 1 件共需（ ）元。

A. 50

B. 100

C. 150

D. 200

## 方法精讲-数量 1（笔记）

### 第一章 数学运算

学习任务：

1. 授课内容：代入排除法、数字特性法、方程法。
2. 时长：3 小时。
3. 对应讲义：152 页~158 页。
4. 重点内容：
  - （1）代入排除法的适用范围。
  - （2）奇偶特性的条件特征与使用方法。
  - （3）倍数特性的基础知识、判定法则，以及余数型和比例型的解题思路。
  - （4）设未知数的技巧，不定方程的三种特性分析方法，赋零法的运用前提和运用方法。

**【注意】**数学运算：

1. 三大方法（今晚讲 3 小时）：代入排除法、数字特性法、方程法。
2. 六大题型（后面三天讲，每天 2.5 小时）：工程问题、行程问题、经济利润、高频几何问题、容斥原理、排列组合与概率。
3. 学霸养成：周期、最值、线段法、数字推理（大部分省份不考，吉林可能考 2 题）等。

### 第一节 代入排除法

**【知识点】**代入排除法（与常规做题思维相比切入点不同，常规思维是从题干入手，而代入排除是利用选项做，把选项代入条件解题）：

1. 什么时候用？

（1）特定题型：年龄（谁是谁年龄的多少倍、谁与谁年龄相差多少岁）、余数（除几余几、拿走一半东西再拿走 2 个、取完之后多一点或少一点）、不定方

程（如  $x+2y=10$ ，2 个未知数 1 个方程或 3 个未知数 2 个方程）、多位数（千位、百位、个位），前 3 种题型考得比较多，多位数问题考得比较少。

（2）选项信息充分：选项为一组数（问法：分别/各，如 A. 20, 30，问甲乙分别为多少）；选项可以转化为一组数（如 A. 甲=20，条件已知甲：乙=2：3，代入 A 项，能推出乙=30）。

（3）其他情况：条件特复杂（如题干超过 4 行或字数超过 100 字，要么放弃不做，行测做不完很正常，要么代入排除）；排除后只剩两项（如答案为奇数或偶数或某个数的倍数，可排除不符合选项，再剩二代一，正确则选，错误则选另一个）。

2. 怎么用？能排除的优先排除（如答案为奇数，先排除偶数选项。第二节数字特性应用得比较多，还有的居中代入，有的从最大或最小的开始代），排除不了再进行代入。

例 1（2018 江西）一家三口，妈妈比儿子大 26 岁，爸爸比儿子大 33 岁。1995 年，一家三口的年龄之和为 62。那么，2018 年儿子、妈妈和爸爸的年龄分别是（ ）。

- A. 23, 51, 57
- B. 24, 50, 57
- C. 25, 51, 57
- D. 26, 52, 58

**【解析】**例 1. 年龄问题，有三人，出现“分别”，答案为一组数，考虑代入排除。

方法一：题干有年龄差，年龄差不变，已知妈妈比儿子大 26 岁，两人永远相差 26 岁， $51-23=28$  岁，排除 A 项；B、C、D 项均相差 26 岁，保留。已知爸爸比儿子大 33 岁，则： $57-24=33$  岁，保留 B 项； $57-25=32$  岁，排除 C 项； $58-26=32$  岁，排除 D 项。

方法二：已知妈妈比儿子大 26 岁，爸爸比儿子大 33 岁，推出爸爸-妈妈= $33-26=7$  岁，只有 B 项满足。**【选 B】**

**【注意】**不是一个选项把所有条件验证一遍，而是看一个简单的条件是否把四个选项都验证完。





已知丙+丁=34, 乙+丙=20, 甲+乙=16, 则丙=14, 乙=6, 甲=10, 乙<甲, 排除;  
代入 C 项: 丁=23, 则丙=11, 乙=9, 甲=7, 满足甲<乙<丙<丁, 当选。

方法二: 从最大开始代, 已知丁最大, 求的是丁, 代入 D 项, 丁=25, 则丙=9, 乙=11, 丙<乙, 排除; 再代入 C 项验证, 发现满足条件。【选 C】

【注意】求的是最大的或某数最多是多少, 考虑从大往小代。

【答案汇总】1-3: BCC



【小结】代入排除法:

1. 范围:

- (1) 典型题: 多位数、余数 (如例 2)、年龄 (如例 1)、不定方程 (后面会讲)。
- (2) 看选项: 选项为一组数 (如例 1)、可转化为一组数 (如例 3)。
- (3) 超复杂 (如例 2): 题干长、主体多、关系乱。
- (4) 剩两项: 只剩两项时, 代入一项即得答案。

2. 方法:

- (1) 优先排除 (节省时间): 尾数、奇偶、倍数。
- (2) 直接代入: 最值 (问最大, 从最大开始代)、好算 (优先代整十整百的数, 如 400 和 470, 代 400; 470 和 469, 代 470)。

第二节 数字特性法

【注意】本节为第一节服务, 用于排除选项。

## 一、奇偶特性

【知识点】奇偶特性：

### 1. 加减法：

(1) 奇数+奇数=偶数；奇数-奇数=偶数；

偶数+偶数=偶数；偶数-偶数=偶数；

奇数+偶数=奇数；奇数-偶数=奇数；

偶数+奇数=奇数；偶数-奇数=奇数。

(2) 结论（每一行左右边奇偶性相同）： $a+b$ （和）与  $a-b$ （差）的奇偶性相同，即和差同性。如已知和为奇数，则差一定为奇数，可排除偶数选项，反之亦然。

(3) 引例：共 50 题，答对得 3 分，答错倒扣 1 分，共得 82 分，问答对的题和答错的题相差多少道？

A. 16

B. 17

C. 31

D. 33

【解析】引例. 常规思路是设未知数求解，本题可利用和差同性求解。已知对+错=50=偶数，则对-错=偶数，排除 B、C、D 项。【选 A】

(4) 拓展：某个年级有 4 个班，甲、丙班人数和与乙、丁班人数和差 1 人，问全年级共多少人？

答：差为奇数，则和为奇数，排除偶数选项，再代入验证剩余选项。

### 2. 乘法（考试应用得更广）：

(1) 奇数\*奇数=奇数；偶数\*偶数=偶数；奇数\*偶数=偶数；偶数\*奇数=偶数。

(2) 结论：在乘法中，一偶则偶，全奇为奇（偶数像病毒，只要有一个为偶数，则乘积为偶数）。

(3) ①引例 1：甲是乙的 2 倍，乙是丙的 3 倍，试判定甲、乙、丙的奇偶性。

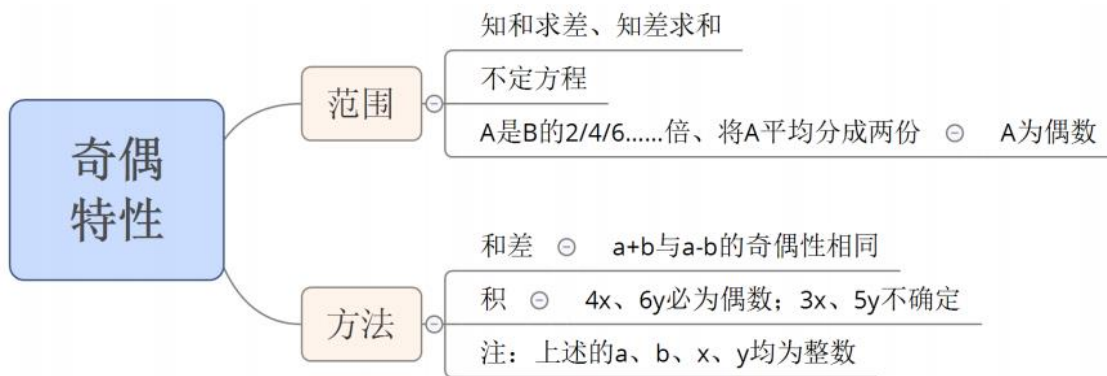
答：甲=2\*乙，为偶数；乙=3\*丙，丙不确定，推出乙不确定。若丙为奇数，则乙为奇数；若丙为偶数，则乙为偶数。



=偶数-1=奇数，排除 A、B 项。代入 C 项：只会英文=3 人，会英文=3+小李=4 人，会法文=4+4=8 人，会日文=8/2=4 人，4+8+4=16 人>10 人，排除。**【选 D】**

- 【注意】** 1. 本题问的是只会英文的人数，不是会英文的人数。  
2. 会英文+会法文+会日文=11 人。

**【答案汇总】** 1-2: AD



**【小结】** 奇偶特性:

1. 范围:

- (1) 知和求差、知差求和，考得较少，对应引例（山东、黑龙江的题目）。
- (2) 不定方程（如  $ax+by=某数$ ），讲了国考的经典题目， $5x+6y=76$ 。
- (3) A 是 B 的 2/4/6……（偶数）倍（对应例 1、例 2，是热门考法）、将 A 平均分成两份/偶数份（如将月饼平均分为相等的两份，只有偶数才能分为两份，考得较少）；A 为偶数。
- (4) 不定方程、偶数倍考得最多。

2. 方法:

- (1) 和差： $(a+b)$  与  $(a-b)$  的奇偶性相同。
- (2) 积： $4x$ 、 $6y$  必为偶数； $3x$ 、 $5y$  不确定。
- (3) 注：上述的  $a$ 、 $b$ 、 $x$ 、 $y$  均为整数。

二、倍数特性

**【知识点】** 倍数特性:

1. 整除基础知识：若  $A=B*C$ （ $B$ 、 $C$  均为整数），则：

(1) A 能被 B 或 C 整除。乘积能被两个乘数整除。

(2) B 和 C 均是 A 的约数。国考中偶尔涉及，省考中极少考到。

2. 2014 年下半年联考：工程问题，甲、乙两个工程队做一项工程，甲每天做的零件比乙少，若甲、乙合作，需要 18 天完成这项工程，问工程的总量是多少个零件？

答：总量 = (甲 + 乙) \* 18 天， $A = B * C$ ，已知 B、C 中的一个，答案便是其倍数，说明总量是 18 的倍数，选项依次为 240、270、250、300， $18 = 2 * 9$ ，各位数之和能被 9 整除的数能被 9 整除，只有 B 项满足。

3. 求总价钱、总工程量、总路程，只要有两个数相乘，知道其中一个，便可以考虑倍数特性，2014 年 ~ 2016 年考得较少，近两年又多了起来。

例 1 (2018 吉林) 一位女士为了寻找曾经帮助她的司机，向新闻媒体提供了她记得的车牌信息。女士看到的车牌号为“吉 AC\*\*\*\*”，最后一位是字母，其他三位全是奇数，且数字逐渐变大，那么符合要求的车牌有 ( )。

- A. 380 个
- B. 260 个
- C. 180 个
- D. 460 个

**【解析】**例 1. 车牌的后四位未知，最后一位是字母，其他三位全是奇数，题目对三个数字的要求很多，最后一位的字母有 26 种可能，不管前面如何，与字母均无关，最后都要乘以 26，结果为 26 \* 数的选法，即 26 的倍数，只有 B 项满足。**【选 B】**

**【注意】**看似考排列组合，实际上只要发现最后的字母有 26 种情况，便可以通过 26 的倍数锁定答案。AC135 或 AC137，若数字的排法有 n 种，字母有 26 种，数字的排法有很多类，字母仅一类，“先数字，再字母”，是乘法关系，所求为 26n，答案是 26 的倍数。

例 2 (2017 江西) 某公司研发出了一款新产品，当每件新产品的售价为 3000 元时，恰好能售出 15 万件。若新产品的售价每增加 200 元时，就要少售出 1 万件。如果该公司仅售出 12 万件新产品，那么该公司新产品的销售总额为 ( )。

- A. 4.72 亿元
- B. 4.46 亿元

C. 4.64 亿元

D. 4.32 亿元

【解析】例 2. 方法一：总价格=3000 元\*15 万件，常规思路很简单，无需排列组合的知识，本来是 3000 元，卖 15 万件，单价每增长 200 元，便少卖 1 万件，现在卖 12 万件，少卖 3 个 1 万件，存在对应关系，单价增加 3 个 200 元，单价为 3600 元，销售总额=3600\*12 万=432，仅 D 项满足，单位只改变小数点的位置，不改变数字，不用看。

方法二：问总额，与总工程量类似，18 天完成工程，工程量应是 18 的倍数，答案=12 万\*单价，卖 12 万件新产品的销售总额应是 12 的倍数，看到 18、12，因式分解为两个数相乘， $18=2*9$ ，2、9 的公倍数为 18， $12=2*6$ ，18 同时是 2、6 的倍数，但并非 12 的倍数，分解出的 2 个数之间不能有倍数关系，故而 12 只能分解为  $3*4$ ，12 的倍数能够同时被 3、4 整除，若遇到 36、45，无法直接判断整除，则分解成 2 个数，看是否能够整除，分解出的两个数必须没有约数，注意不考虑约数 1。3 的整除看各位数字之和，四个选项的各位数字和依次是 13、14、14、9，仅 D 项能被 3 整除，当选。【选 D】

【注意】1. 3/9 的倍数，只看各位数字之和，遇到小数也成立，4.32 亿元=43200 万元，实际上依然是整数。

2. 一个数是 12 的倍数，12 不好判断，将 12 分解为 2 个互相之间无法约分的 3、4，即 3、4 之间无约数，是互质的，即是 3 和 4 的倍数； $18=2*9$ ，不能分解为  $3*6$ （3、6 之间有约数，不互质）。

3. 若答案是 36 的倍数，即答案能被 36 整除， $36=4*9$ ，同时能被 4、9 整除；45 不能分解为  $3*15$ （15、3 有约数），分解为  $5*9$ 。分出来的两个数一定要互质，确保两个乘数的最小公倍数是两者的乘积，保证倍数统一。

【知识点】余数型：

1. 若答案= $ax \pm b$ ，则答案 $\mp b$  能被 a 整除（a、x 均为整数）。

2. 例如：中秋节发月饼，每人发 10 个月饼，发完之后剩 8 个月饼，剩余 8 个月饼，说明月饼数= $10*人数+8$ ，月饼数-8= $10*人数$ ，因此（月饼数-8）能被 10 整除。若将“剩 8 个”改为“缺 8 个”，此时月饼数= $10*人数-8$ ，月饼数+8= $10*人数$ 。

3. 口诀：多退少补，“剩 8 个”是多 8 个，需要退掉剩下的 8 个，“缺 8 个”是少的，需要补上 8 个。类似资料中的高减低加。

例 3（2016 深圳）两箱同样多的蛋黄派分别分发给两队志愿者做早餐，分给甲队每人 6 块缺 8 块，分给乙队每人 7 块剩 6 块，已知甲队比乙队多 6 人，则一箱蛋黄派有（ ）块。

- A. 120
- B. 160
- C. 180
- D. 240

**【解析】**例 3. 第一箱分给甲队，第二箱分给乙队。“缺 8 块”是要补 8 块，“剩 6 块”是多出的，需要退掉 6 块。分析（ ）的倍数特性，“分给甲队每人 6 块缺 8 块” $\rightarrow$ （ ）+8 能被 6 整除，“分给乙队每人 7 块剩 6 块” $\rightarrow$ （ ）-6 能被 7 整除，与人数无关，是看倍数而非列方程，答案+8 能被 6 整除，四个选项+8 后依次为：128、168、188、248， $6=2*3$ ，找同时能被 2、3 整除的数，偶数均是 2 的倍数，一般优先看 3、9，四个选项+8 后各位数字和依次为：11、15、17、14，仅 B 项满足要求，当选。**【选 B】**

**【注意】**1. 通过第一句话做出了答案，便可以不看第二句话，且先看第二句话仅能排除 2 个答案，两句话理论上都能用，但并非均能得到唯一答案。

2. 出现 6、7 的倍数，优先看与 3、9 相关的 6 的倍数，验证更快，7 的倍数没有较快的验证方法。

3. 问的是一箱蛋黄派，若问两箱，答案可能会翻倍为 240、320、360、480，需要将选项除以 2 后再用之前的方法。

例 4（2017 联考）某地举办铁人三项比赛，全程为 51.5 千米，游泳、自行车、长跑的路程之比为 3：80：20。小陈在这三个项目花费的时间之比为 3：8：4，比赛中他长跑的平均速度是 15 千米/小时，且两次换项共耗时 4 分钟，那么他完成比赛共耗时多少？（ ）

- A. 2 小时 14 分
- B. 2 小时 24 分
- C. 2 小时 34 分
- D. 2 小时 44 分

**【解析】**例 4. 问完成比赛共耗时多久，即求  $t_{总}$ ，只问时间，用行程问题做



比较复杂，从问题出发， $t_{\text{总}}$ 包含两个时间，一个是项目的时间，一个是换项的时间，前面的 3、8、4 并非具体的分钟数，设项目花费的时间分别为  $3x$ 、 $8x$ 、 $4x$ ， $t_{\text{总}}=3x+8x+4x+4=15x+4$ ，时间不一定是整数，分钟数虽然有可能是小数，为了让倍数特性使用得更广泛，默认分钟数是整数， $t_{\text{总}}-4=15x$ ，将选项转化为分钟，A. 134 分钟、B. 144 分钟、C. 154 分钟、D. 164 分钟，C 项 $-4=150$ ，是 15 的 10 倍，只有 C 项是 15 的倍数，当选。【选 C】

【注意】倍数特性中，当未知数  $x$  一定为整数时，必然正确，直接使用，若  $x$  是零件的个数（5 个、10 个）、人数、车的台数，不能有半个零件、半个人、半台车，可以直接用；若  $x$  有可能是整数但不一定是整数，本题中  $( )-4=15x$ ， $( )-4$  很可能是 15 的倍数，只有 C 项满足，可以先圈出一个答案，正确率在 80% 以上，若有时间继续做题，则可以代入 C 项验证，或直接选。

【知识点】比例型：

1. 前面讲了两种，此处讲解第三种。

(1) 基础型： $( )=18x$ 。

(2) 余数型： $( )=15x+4$ ； $( )=6x-8$ ，反过来看。

(3)  $( ) / \text{已知数}=? / ?$ ，要求的答案与其他数有比例关系。

2.  $A/B=m/n$  ( $m$ 、 $n$  互质)。A、B 代表两个具体量，如零件个数、时间等， $m$ 、 $n$  代表具体数值，是分数的形式，必须是最简分数，即  $m$ 、 $n$  之间无约数，是互质的，如  $3/5$  是最简形式， $6/10$  不是最简，约掉 2 变为  $3/5$ 。

(1) A 是  $m$  的倍数。

(2) B 是  $n$  的倍数。

(3)  $A+B$  是  $m+n$  的倍数。

(4)  $A-B$  是  $m-n$  的倍数。

3. 分子对分子，分母对分母，和对和，差对差，有四种倍数关系，考试会考其中一种，找对应的一种即可。

4. 省考 1 班，男/女 $=3/7$ ，问班级中男生人数是几的倍数？男生少，对应分子，是 3 的倍数；女生对应分母，是 7 的倍数；全班=男+女是 10 的倍数；女-男是 4 的倍数。男生是 3 份，女生是 7 份，男生是 3 的倍数，女生是 7 的倍数，

男+女是 10 份，对应 10 的倍数，女-男是 4 份，对应 4 的倍数。

5. 比例的常见形式：

- (1) 男生是女生的  $\frac{3}{5}$  (分数)，男/女= $\frac{3}{5}$ 。
- (2) 男生与女生之比 3: 5 (比例)，男/女= $\frac{3}{5}$ 。
- (3) 男生是女生的 60% (百分数)， $60\% = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$ 。
- (4) 男生是女生的 0.6 倍， $0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ 。

例 5(2016 北京)某单位原拥有中级及以上职称的职工占职工总数的 62.5%。现又有 2 名职工评上中级职称，之后该单位拥有中级及以上职称的人数占总人数的  $\frac{7}{11}$ 。则该单位原来有多少名职称在中级以下的职工？ ( )

- A. 68
- B. 66
- C. 64
- D. 60

**【解析】**例 5. 单位内部有 2 人评上中级职称，总人数不变，若是从外单位调入 2 名职工，则中级职称和总人数均多 2 人，原来中级及以上占职工总数的 62.5%，现在中级及以上多 2 人，总人数不变，比例变为  $\frac{7}{11}$ ， $62.5\% = 12.5\% + 50\% = \frac{5}{8}$ ，如  $87.5\% = 100\% - 12.5\%$ ， $37.5\% = 50\% - 12.5\% = \frac{3}{8}$ ，原比例是  $\frac{5}{8}$ ，现比例是  $\frac{7}{11}$ ，问的是中级以下，条件给的均是中级及以上，需要转化，原中级及以上占  $\frac{5}{8}$ ，则原中级以下占  $\frac{3}{8} \rightarrow$  原中下/总= $\frac{3}{8}$ ，现中下/总= $\frac{4}{11}$ ，指向分子，所求为 3 的倍数，A、C 项各位数字和为 14、10，并非 3 的倍数，排除 A、C 项。

方法一：总人数不变，2 名职工评上中级职称，说明中级以下少 2 人，(原中下-2)/总不变= $\frac{4}{11}$ ，原中下-2 是 4 的倍数，B 项： $66-2=64$ ，是 4 的倍数，满足；D 项： $64-2=62$ ，并非 4 的倍数，排除。

方法二：代入 D 项，原中下/总= $\frac{3}{8} = \frac{60}{160}$  人  $\rightarrow$  分子少 2 人变为 58 人，160 不是 11 的倍数， $\frac{58}{160} \neq \frac{4}{11}$ ，排除，B 项当选。

方法三：方程可以结合倍数特性，找题目中前后均未变的中间量，即总人数，前面是  $\frac{5}{8}$ ，后面是  $\frac{7}{11}$ ，总人数是分母，根据倍数特性可知总人数是 8、11 的倍数，设总人数为  $8 \times 11x = 88x$ ，则原中下= $88x \times (1 - 62.5\%) = 88x \times (1 - \frac{5}{8}) = 3x$  人，不管  $x$  是多少，结果一定是 33 的倍数，对应 B 项。**【选 B】**

**【注意】**方法三中，若求原来中级及以上，则为  $55x$ 。找变化中的不变量分

别是多少的倍数，发现是某两个数的倍数时，可以设为这两个数的乘积再乘以  $x$ ，其他量都可以通过不变量转化出来。

例 6（2017 新疆）甲乙两个班各有 30 多名学生，甲班男女生比为 5:6，乙班男女生比为 5:4，问甲、乙两班男生总数比女生总数（ ）。

- A. 多 1 人
- B. 少 1 人
- C. 多 2 人
- D. 少 2 人

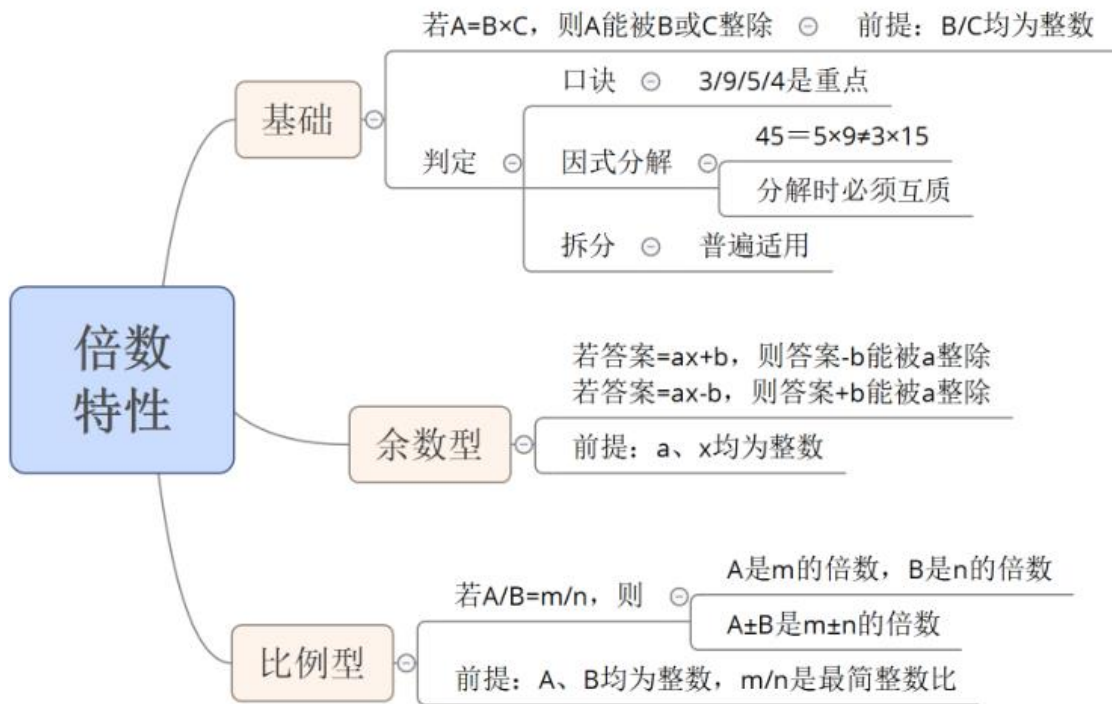
【解析】例 6. 注意是“各有”而非“共有”，“30 名学生”“40 及以上名学生”不算“30 多名学生”，30 多特指 31~39。甲男/甲女=5/6，可以看男、女生的人数和，甲班人数和是 5+6=11 的倍数，且是 30 多人，说明甲班人数和为 33 人，分开看，上面是 5 份，下面是 6 份，一共是 11 份，共 33 人，1 份为 3 人，甲男=5\*3=15 人，甲女=6\*3=18 人；同理可得，乙男/乙女=5/4，乙班人数和是 5+4=9 的倍数，且是 30 多人，9\*4=36，9\*3、9\*5 均不为 30 多，乙班人数和为 36 人，上面是 5 份，下面是 4 份，一共是 9 份，共 36 人，1 份为 4 人，乙男=20 人，乙女=16 人；男-女=35-34=1 人，说明男生比女生多 1 人。【选 A】

【注意】1. 想到关键点可以做，想不到可以放弃。

2. 命题逻辑：将总人数分为  $a$ 、 $b$  两部分，给出比例  $a:b$ 、总人数的范围，结合总人数的范围、 $(a+b)$  的倍数。男女关系、专家和非专家、科研和非科研人员均是如此，把人群分为两部分，给出范围结合倍数去做。



【答案汇总】1-5: BDBCB; 6: A



**【小结】倍数特性:**

1. 基础: 有乘法时考虑。

(1) 若  $A=B \times C$ , 则 A 能被 B 或者 C 整除, 前提: B/C 均为整数。

(2) 判定: 与做题关系不大, 目的是快速判定答案。

①口诀: 3/9/5/4 是重点, 3/9→各位数字和, 5→末位是 5 或 0; 4→末两位除以 4 (如 2018 年是否为闰年, 闰年便是 4 的倍数,  $18/4$  不能整除, 2018 年不是闰年, 闰年是奥运会的年份, 比记 4 的倍数方便), 其他口诀无需记。

②因式分解: 遇到无口诀的数时使用,  $45=5 \times 9 \neq 3 \times 15$ , 需同时能被 5、9 整除。分解时必须互质, 3、15 的最小公倍数不是 45, 不能保证左右两边等价, 只有两个数互质, 他们公倍数才是他俩的乘积。

③拆分: 普遍适用。如 7、13 是质数, 不能分解。如四个选项依次为 602、623、628、631, 答案是 7 的倍数, 每个数都拆成 2 个部分, A 项:  $602=630$  (7 的若干倍)  $-28$ ; B 项:  $623=630-7$ ; C 项:  $628=630-2$ ; D 项:  $631=630+1$ 。拆成的 2 个数均能被 7 整除时, 该数能被 7 整除, A、B 项满足, 排除 C、D 项。类似直除, 四项接近时, 可以使用, 拆成若干倍+小数字, 判断小数字即可。

④重点是口诀、因式分解, 快速且好用。

## 2. 余数型:

(1) 若答案 $=ax+b$ , 则答案 $-b$  (退) 能被  $a$  整除; 若答案 $=ax-b$ , 则答案 $+b$  (补) 能被  $a$  整除。多就退, 少就补。如  $t=15x+4$ ,  $t$  分给  $x$  个人, 每人分 15 个, 多了 4, 需要退掉。

(2) 前提:  $a$ 、 $x$  均为整数。

## 3. 比例型:

(1) 若  $A/B=m/n$ , 则:

①  $A$  是  $m$  的倍数,  $B$  是  $n$  的倍数。

②  $A\pm B$  是  $m\pm n$  的倍数。

(2) 前提:  $A$ 、 $B$  均为整数,  $m/n$  是最简整数比。

## 第三节 方程法

**【知识点】**方程法: 是从小到大最熟悉的方法, 从初中开始学方程, 学了至少六年。分为普通方程、不定方程、不定方程组。

1. 普通方程: 未知数和方程个数一样, 解出未知数的具体值。重点讲设未知数的技巧:

(1) 设小不设大 (减少分数计算)。比如甲是乙的 3 倍, 如果设甲为  $x$ , 乙为  $x/3$ , 容易出现分数; 设乙为  $x$ , 甲为  $3x$ , 都为整数, 方便计算。如甲比乙多 10, 设小的为  $x$ , 即设乙为  $x$ , 甲为  $x+10$ , 因为加法不容易算错, 而减法需要变号, 容易失误。

(2) 设中间量 (方便列式)。比如题目有好几句话, 其中一个条件反复出现, 即为中间量, 可以优先设中间量。已知甲、乙的关系, 乙、丙的关系, 优先设乙 (中间量) 为未知数。设中间量时, 常常可以结合倍数特性。比如甲: 乙=3: 5, 乙: 丙=2: 3, 设乙为  $10x$ , 则甲: 乙: 丙=6 $x$ : 10 $x$ : 15 $x$ , 总和=6 $x$ +10 $x$ +15 $x$ =31 $x$ , 这种方法在第二节的例 5 讲过。

(3) 问谁设谁 (避免陷阱): 同学们常常掉入陷阱, 比如问甲设乙, 求出乙后就直接选乙, 没有注意到问的是甲。为了避免陷阱, 以后尽量问谁设谁; 这种方法往往不快, 是为了提高准确率。

2. 做题速度比较慢的同学优先选 (1) 或 (2); 做题速度还可以, 但容易掉坑的同学选 (3)。

3. 不是三种方法都在同一题中使用, 三种方法选其一即可, 不用每种方法都算。

例 1 (2018 广西) 年终某大型企业的甲、乙、丙三个部门评选优秀员工, 已知甲、乙部门优秀员工数分别占三个部门总优秀员工数的  $\frac{1}{3}$  和  $\frac{2}{5}$ , 且甲部门优秀员工数比丙部门的多 12 人, 问三个部门共评选出优秀员工多少人? ( )

- A. 120
- B. 150
- C. 160
- D. 180

**【解析】**例 1. 如果只设一个未知数, 甲部门占总人数的  $\frac{1}{3}$ , 乙部门占总人数的  $\frac{2}{5}$ , 甲部门和乙部门都和总人数有关系, 求的是总人数, 因此设总人数。总人数是中间量, 和倍数特性结合, 甲、乙部门优秀员工数分别占三个部门总优秀员工数的  $\frac{1}{3}$  和  $\frac{2}{5}$ , 则设总人数为 3 和 5 的倍数  $15x$ , 则甲部门  $=15x * (\frac{1}{3}) = 5x$ , 乙部门  $=15x * (\frac{2}{5}) = 6x$ , 丙部门  $=15x - 5x - 6x = 4x$ ; 已知甲部门比丙部门多 12 人, 可列式:  $5x - 4x = 12$ , 解得  $x = 12$ , 故总人数  $=15x = 15 * 12 = 180$ , 对应 D 项。

**【选 D】**

**【注意】**本题属于和差倍比问题, 是数学中考查最多的题型 (甲、乙、丙合起来是总人数, 甲和乙差多少, 比例是多少, 有时候还会结合倍数), 考得是普通列方程。考试中一般占 20%~30% 的比例, 每 10 道题中出现 2~3 个。

**【知识点】**不定方程: 如  $ax + by = c$ , 两个未知数、一个方程、一个等号,  $a$  和  $b$  为系数,  $c$  为常数。

1. 方法: 分析奇偶、倍数、尾数等数字特性, 尝试代入排除。奇偶性前面已经见过, 如  $5x + 6y = 76$ 。

2.  $ax + by = M$ :

(1) 奇偶:  $a$ 、 $b$  恰好一奇一偶。如果两个系数都是偶数, 如  $2x + 6y = XX$ ,  $2x$  和  $6y$  都是偶数, 无法分析; 如果两个系数都是奇数, 如  $1x + 3y = XX$ , 不能确定  $1x$  和  $3y$  是奇数还是偶数, 无法分析。

(2) 例:  $6x+5y=37$ 。6x 是偶数, 37 是奇数, 则 5y 是奇数, 说明 y 是奇数, 则  $y=1、3、5\cdots$ ; 代入验证, 当  $y=1$  时, x 不是整数, 排除;  $y=3$  时, x 不是整数, 排除;  $y=5$  时, 解得  $x=2$ , 正确。发现验证 3 个数才验证出答案, 虽然有点慢, 但是如果不先排除, 可能会更慢。

(3) 倍数: a 或 b 与 M 有公因子。倍数特性是重中之重, 奇偶特性考查得多, 但是比较容易, 而倍数特性考得比较巧妙, 是热门考点。

(4) 例:  $6x+5y=42$ , 6x 和 42 都含有 6 这个因子, 则 5y 也含有 6 这个因子, 如  $6a+6*(b-a)=6b$  (一个式子中, 有 3 个部分, 只要有 2 个部分有同一个公因子, 那么第 3 个部分也有这个公因子); 而 5 没有 6 这个因子, y 肯定有这个 6 因子, 当  $y=6$  时,  $x=2$ 。

(5) 尾数 (重点): a 或 b 的尾数是 5 或 0, 即方程中有一个系数的尾数是 0 或者 5, 只有 5 或者 10 的倍数的尾数是唯一确定的 (如 3 的尾数有多种可能), 5 乘任何数尾数只能是 5 或 0, 0 乘任何数尾数只能是 0。

(6) 例:  $7x+5y=48$ , 48 的尾数是 8, 7x 的尾数不能确定, 5y 的尾数是 5 或者 0, 当 5y 的尾数为 5 时, 则 7x 的尾数是 3,  $7*9=63$ , 超过了 48,  $x=9$ , y 为负, 排除; 当 5y 的尾数是 0 时, 7x 的尾数为 8,  $7*4=28$ , 则  $x=4$ ,  $y=4$ 。

(7) 做题过程中不要投机取巧, 先把老师的方法学会, 之后无论做什么题都不怕。这 3 种方法中最重要的是倍数, 其次是奇偶, 最不重要的是尾数 (考得最少)。

例 2 (2017 山东) 小张的孩子出生的月份乘以 29, 出生的日期乘以 24, 所得的两个乘积加起来刚好等于 900。问孩子出生在哪一个季度? ( )

- A. 第一季度
- B. 第二季度
- C. 第三季度
- D. 第四季度

**【解析】**例 2. 问出生在哪一个季度, 实际上在问出生在几月份。设月份为 x, 日期为 y, 则  $29x+24y=900$ , 是一个不定方程。系数一奇一偶, 可以用奇偶特性, 但是不好用, 如果已知 x 是奇数, 有 1、3、5、7、9……, 计算很费时间, 如果 x 是偶数, 有 2、4、6、8……, 可能性太多, 奇偶性不好用。尾数法一般最后才想到, 先考虑倍数法, 找公因子, 29 和 900 没有公因子, 找 24 和 900 的公因子,

不要找小的公因子，找得越大越好，利用短除法，得出公因子为  $3 \times 2 \times 2 = 12$ 。24y、900 都含有 12 这个公因子，则  $29x$  也含有 12 这个公因子，则  $x$  是 12 的倍数，因为  $x$  是月份数，则  $x=12$ ，即第四季度。【选 D】



【知识点】不定方程组（是考试中拉开距离的关键地方）：

1. 第一类：未知数一定是整数的不定方程（组）。讲不定方程时， $n \cdot x + m \cdot y = \text{常数}$ ，没有考虑  $x$  和  $y$  为负数或者小数，常规的不定方程多数是在解整数的不定方程，如未知数是人数、个数、月份数等，用消元法。

$$(1) a_1X + b_1Y + c_1Z = M,$$

$$(2) a_2X + b_2Y + c_2Z = N.$$

2. 方法：两个方程，三个未知数，先消元转化为不定方程，再按奇偶特性、倍数特性求解。

例 3（2017 江苏）小王打靶共用了 10 发子弹，全部命中，都在 10 环、8 环和 5 环上，总成绩为 75 环，则命中 10 环的子弹数是（ ）。

- A. 1 发
- B. 2 发
- C. 3 发
- D. 4 发

【解析】例 3. 已知子弹个数、成绩以及成绩的分布，设命中 10 环、8 环和 5 环的枪数分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$ ，则  $x + y + z = 10$ ①， $10x + 8y + 5z = 75$ ②。消元，求的是命中 10 环的子弹数，即求  $x$ ，求谁尽量不消谁，看哪个未知数比较好配平就消哪个，因此消  $z$ ，① $\times 5$  与②做差得： $5x + 3y = 25$ 。5x 和 25 有公因子 5，则  $3y$  有因子 5，说明  $y$  必须是 5 的倍数， $y=10$  时超标了，因此  $y=5$ ，解得  $x=2$ ，对应 B 项。【选 B】



**【注意】**算出  $5x+3y=25$  后，代入排除法也可以做； $x=1$  时， $y$  没有整数解， $x=2$  时， $y$  有整数解，满足要求。

**【知识点】**不定方程组：

1. 第二类（重点听）：前面学的东西在中学有学习过，但是本节知识点在中学没有学过。未知数不一定是整数的不定方程组。

2. 赋零法（配系数能做出来的，赋零法一定能做出来，且一定是对的）：对应未知数不一定是整数的不定方程组，如未知数是钱数，买钢笔、铅笔、圆珠笔各若干支，问花了多少钱；时间也不一定是整数，如木匠做桌子、椅子花了多少时间；时间和钱都不一定是整数，可以赋其中 1 个未知数为 0，从而快速计算出其他未知数。

3. 配系数（不推荐）：如有 2 个方程，第一个方程乘以 2，第 2 个方程乘以 3，两个方程相减就能得出最后的答案。但是不太好想，这是中学的解法。

例 4（2018 上海）现有甲、乙、丙三种货物，若购买甲 1 件、乙 3 件、丙 7 件共需 200 元；若购买甲 2 件、乙 5 件、丙 11 件共需 350 元。则购买甲、乙、丙各 1 件共需（ ）元。

- A. 50
- B. 100
- C. 150
- D. 200

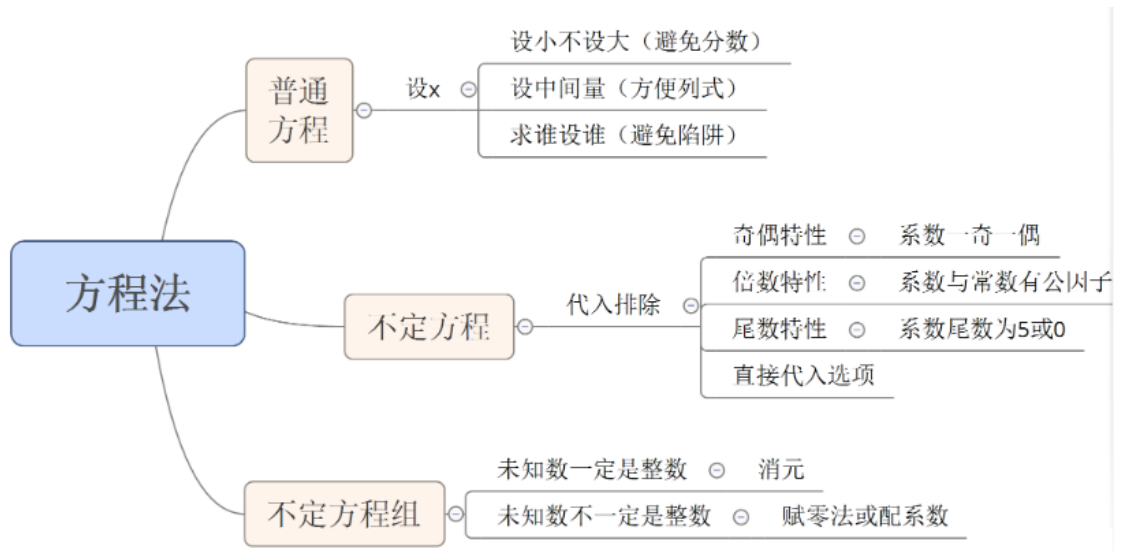
**【解析】**例 4. 常规方法是列方程，配系数做，这是中学思路。问共需多少元，钱数不一定是整数，考虑赋零法。谁的个数多赋值谁为 0，设丙为 0 元/件，“购买甲 1 件、乙 3 件、丙 7 件共需 200 元”，列式：甲+3\*乙=200，等式两边同乘以 2，得 2\*甲+6\*乙=400①；“购买甲 2 件、乙 5 件、丙 11 件共需 350 元”，列式：2\*甲+5\*乙=350②；①-②：解得甲=50，乙=50，丙=0，则甲、乙、丙各买 1 件共需要 0+50+50=100 元，对应 B 项。**【选 B】**

**【注意】**1. 赋零法的准确率是 100%。

2. 不管设甲为 0、乙为 0 还是丙为 0，或者设甲为 1，最后的结果都是一样的。因为未知数不一定为整数，意味着不定方程组有无穷解，但是题目的答案是唯一的，说明从中任取一个解，均能得到同样的答案，如令某个数为 1 元、0 元、

10元都可以得出一样的结果，需要注意只能赋值一个未知数。赋0是因为计算量最小，赋零法严格来说叫做特值法。

【答案汇总】1-4: DDBB



【小结】方程法：

1. 普通方程：设  $x$ 。

- (1) 设小不设大（避免分数）。
- (2) 设中间量（方便列式）。
- (3) 求谁设谁（避免陷阱）。

2. 不定方程：代入排除。

- (1) 奇偶特性：系数一奇一偶。
- (2) 倍数特性：系数与常数有公因子（一定要找大的，找小的公约数没有意义，任意两个数的最小公因数为1）。
- (3) 尾数特性：系数尾数为5或0，用得最少，因为不好用，如  $7x=8$ ，要求谁乘以7等于8，没有求7乘以8等于几来得方便。

(4) 直接代入选项。如  $3x+2y=12$ ， $x$ 、 $y$  必须是正整数，且大于0，当系数特别小时，直接凑数字即可，数字大时就需要用特性。

3. 不定方程组：

- (1) 未知数一定是整数：如未知数是人数，可以消元。

(2) 未知数不一定是整数：如钱数，赋零法或配系数。

### 课后测验

1. (2015 联考) 每年三月某单位都要组织员工去 A、B 两地参加植树活动，已知去 A 地每人往返车费 20 元，人均植树 5 棵，去 B 地每人往返车费 30 元，人均植树 3 棵，设到 A 地有员工  $x$  人，A、B 两地共植树  $y$  棵， $y$  与  $x$  之间满足  $y=8x-15$ ，若往返车费总和不超过 3000 元时，那么，最多可植树多少棵？

- A. 498                                      B. 400  
C. 489                                      D. 500

**【解析】**1. 正确率为 73%。看起来很复杂，复杂题目要么放弃，要么代入。问最多植树多少棵，已知 A、B 两地共植树  $y$  棵， $y=8x-15$ ，一个方程，两个未知数，是不定方程，求  $y$ 。 $8x$  是偶数，则  $( ) = \text{偶数} - 15 = \text{奇数}$ ，只有 C 项满足。

**【选 C】**

2. (2018 北京) 老张购买学习和生活用品捐赠给山区贫困小学生。3 个笔盒、2 个皮球和 4 个杯子一共 89 元，4 个笔盒、3 个皮球和 6 个杯子一共 127 元。则一个笔盒多少元？

- A. 10                                      B. 11  
C. 12                                      D. 13

**【解析】**2. 正确率为 82%。和前面上海的那题很像，都是给三样东西的价格。本题给了三样东西（笔盒、皮球、杯子），只有两个等式，满足不定方程组；未知数是钱数，钱数不一定为整数，考虑赋零法。看谁最复杂就赋谁为 0，杯子有 6 个，皮球有 4 个，则赋杯子为 0。根据题意列式： $3 * \text{笔盒} + 2 * \text{球} = 89$ ①， $4 * \text{笔盒} + 3 * \text{球} = 127$ ②，① $\times 3 - 2 * \text{②}$ 得： $1 * \text{笔盒} = 9 * 3 - 7 * 2$ ，尾数  $7 - \text{尾数 } 4 = \text{尾数 } 3$ ，对应 D 项。**【选 D】**

**【注意】**1. 赋零法的运用前提：

- (1) 不定方程组。  
(2) 未知数不一定是整数。只要满足这两点，一定可以用赋零法。

2. 赋零的时候，不要和题干条件冲突，如出题老师说笔盒是十几元，你说笔盒是零元。如果出题老师问某个数是多少，那么这个数一定是确定的，另外两个数是不确定的（可以设一个为0）。

**【答案汇总】**代入排除法：1-3：BCC

数字特性法：奇偶特性：1-2：AD；倍数特性：1-5：BDBCB；6：A

方程法：1-4：DDBB

**【注意】**1. 预习范围：

(1) 第四节：工程问题。

(2) 第五节：行程问题。下节课 18:45 开始答疑（问题一定要问得具体一些）。

2. 预习要求：

(1) 原则上要做完每个章节至少 50%的题目，如 6 个工程问题，至少要把前 3 题做一下。

(2) 实在不会做的话，对每节前几题要有充分的思考，熟悉题型和题意。

3. 大多数人放弃的科目（国考 130~135 题，数量考 10~15 题，很多人都做不完，放弃数学可以原谅；而省考大多是 120 题，10~15 题所占的比例就会变大，很多人都能做完，如果数量全部放弃的话，就会吃亏，尤其像陕西、广东，数量都是必须要学的，因为广东数量题目很简单，且其他题目难度不大，很容易拉分，而陕西的数量题目的分数翻倍），我选择攻克。90%~95%的人基础都不太好，每天提高一点点，风雨兼程，胜利必将属于我！现在离考试还有半年的时间，相信大家都来得及学习。

遇见不一样的自己

Be your better self